PAP 2.2
Versuch 241: "RLC-Glieder"

Jonas Schweer

16. Februar 2025

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**
1.1 Ziel des Versuchs . . . 2
1.2 Versuchsaufbau . . . 2
1.3 Physikalische Grundlagen . . . 2
1.3.1 RC-GLied . . . 3
1.3.2 Impedanz . . . 4
1.3.3 Tiefpass . . . 4
1.3.4 Hochpass . . . 5
1.3.5 Bandbreite . . . 6
1.3.6 Differenzier-/Integrierglied . . . 6
1.3.7 Elektromagnetischer Schwingkreis . . . 8
1.3.8 Erzwungener Schwingkreis . . . 9
1.3.9 Parallelschwingkreis . . . 11

2 Messprotokoll **11**

3 Auswertung **17**
3.1 Aufgabe 1 . . . 17
3.2 Aufgabe 2 . . . 17
3.3 Aufgabe 3 . . . 19
3.4 Aufgabe 4 . . . 21
3.5 Aufgabe 5 . . . 23
3.6 Aufgabe 6 . . . 23
3.7 Aufgabe 7 . . . 24
3.8 Aufgabe 8 . . . 25

4 Zusammenfassung und Diskussion **29**

5 Anhang **31**

1 Einleitung

1.1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch wollen wir uns vor allem mit den Eigenschaften von Widerständen, Spulen und Kondensatoren beschäftigen, wenn sie mit Wechselstrom betrieben werden. Dabei steht vor allem das Zusammenspiel untereinander im Vordergrund, also das Verhalten eines Stromkreises, in dem sowohl R- L- und/oder C-Glieder parallel oder in Reihe verbaut sind.
Zu unseren Zielen zählt unter anderem zuerst die Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds. Danach führen wir eine qualitative Untersuchung der RC-Schaltkreise in ihrer Funktionsweise als Integrator und Differentiator durch. Auch den Frequenzgang von Hochpassfilter, Tiefpassfilter, Bandsperre und Serienschwingkreis nehmen wir auf. Dabei betrachten wir das Phänomen der Resonanzüberhöhung am Schwingkreis und bestimmen die Dämpfungskonstante von diesem.

1.2 Versuchsaufbau

Für den Versuchsaufbau steht uns ein Steckbrett zur Verfügung, auf denen wir mit Hilfe der beigelegten elektronischen Bauteile diverse Schaltungen einfach zusammenstecken können. Mittels eines Computers können wir den Funktionsgenerator steuern, der unsere Wechselspannung bereitstellt. Die elektrischen Signale können wir über ein Oszilloskop auslesen und direkt wieder an den PC weitergeben. Zu den elektronischen Bauteilen zählen vor allem verschiedene Widerstände, Kondensatoren mit unterschiedlichen Kapazitäten und unterschiedliche Spulen. Auf die einzelnen Schaltungen wird im kommenden Abschnitt weiter eingegangen. Im Messprotokoll ist vermerkt, wann welcher Aufbau verwendet wurde.

1.3 Physikalische Grundlagen

Anmerkung: Alle Bilder, welche in diesem Abschnitt verwendet wurden, sind aus dem Praktikumsskript übernommen worden.
Quelle: 'Physikalisches Praktikum PAP2.2 für Studierende der Physik B.Sc' - Jens Wagner, Oktober 2024

1.3.1 RC-GLied

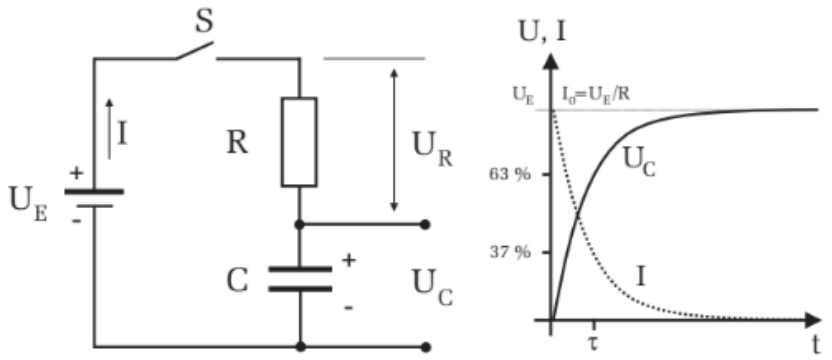


Abbildung 1: Links der Aufbau eines RC-Glieds, rechts sowohl Strom- als auch Spannungsverlauf des Kondensators

In Abbildung 1 (links) dargestellt ist der typische Aufbau eines RC-GLieds. Er besteht aus einem Widerstand R und einem Kondensator C in Reihe geschaltet. Diese sind über einen Schalter S mit einer Spannungsquelle $\mathrm{U_E}$ verbunden. Wir können nun unter Benutzung der Kirchhoff'schen Maschenregel ($\sum U_i = U_E$) und dem ohmschen Gesetz ($\frac{U}{R} = I$) folgende Beziehung aufstellen:

$$U_E = U_C + U_R = U_C + RI \tag{1}$$

Da der Strom in dem Schaltkreis auch durch die Änderung der Ladung im Kondensator beschrieben werden kann, und für die Kapazität des Kondensators gilt: $C = \frac{Q_C}{U_C}$, kann man die Stromstärke in Formel (1) ersetzen:

$$U_E = U_C + RC \cdot \dot{U}_C = U_C + \tau \cdot \dot{U}_C \tag{2}$$

Dies stellt einfach eine inhomogene Differentialgleichung erster Ordnung dar mit Zeitkonstante $\tau := RC$. Löst man diese erhalten wir für Spannung am Kondensator:

$$U_C(t) = U_E \left(1 - \exp\left[-\frac{t}{\tau}\right]\right) \tag{3}$$

und nach Maschenregel und Ohmschen Gesetz für die Spannung am Widerstand und den Strom durch den Stromkreis:

$$U_R(t) = U_E \exp\left[-\frac{t}{\tau}\right] \tag{4}$$

$$I(t) = \frac{U_E}{R} \exp\left[-\frac{t}{\tau}\right] = I_0 \exp\left[-\frac{t}{\tau}\right] \tag{5}$$

Diese Verläufe sind in Abbildung 1 (rechts) dargestellt. Um die Halbwertszeit $T_{1/2}$ zu berechnen, nutzt man nun folgende Formel:

$$T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2 \tag{6}$$

1.3.2 Impedanz

Werden Spulen oder Kondensatoren mit Wechselstrom betrieben, so kommt ändern sich die Eigenschaften des Stromkreises im Vergleich zu Gleichspannung. Wir haben in Formel (5) gesehen, dass der Strom gegen 0 konvergiert für längere Betriebszeiten eines RC-Glieds, der Kondensator hat offenbar einen unendlich hohen Widerstand. Betreibt man den selben Stromkreis jedoch nun mit Wechselspannung, so wird man sehen, dass auch nach längerer Zeit noch ein Strom fließt. Wir erkennen also, dass der Kondensator scheinbar einen Frequenzabhängigen Widerstand hat, welcher mit steigender Frequenz kleiner wird. Das selbe wird man bei einer Spule erkennen, jedoch wird deren Widerstand mit steigender Frequenz größer. Da man auch eine Phasenverschiebung der Spannungen und des Stromes erkennt, ist es sinnvoll, die sogenannte Impedanz einzuführen. Diese sind quasi komplexe Widerstände, die dieses Phänomen mathematisch einfach beschreiben können. Wir erhalten für die verschiedenen Bauteile folgende Impedanzen:

$$Z_R = R \tag{7}$$

$$Z_C = \frac{1}{i\omega t} \tag{8}$$

$$Z_L = i\omega L \tag{9}$$

Wir sehen auch, dass wir für $\lim_{\omega \to 0}$ das bereits bekannt Verhalten im Gleichstrom erhalten.

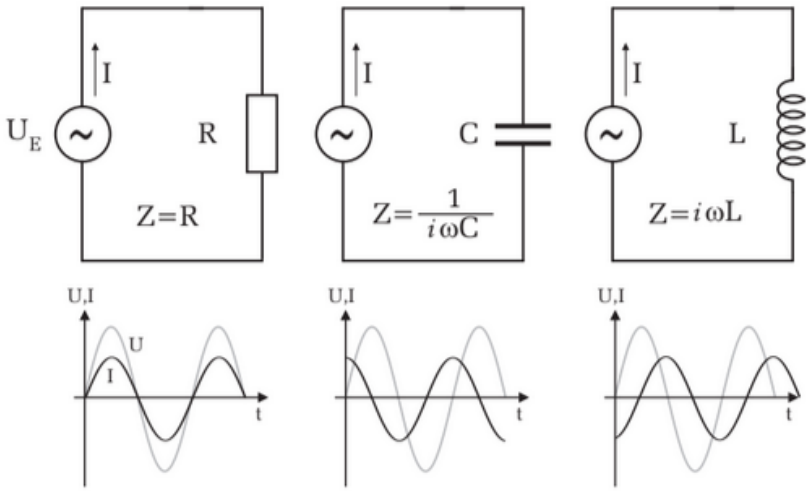


Abbildung 2: Darstellung der Phasenverschiebung von U und I bei verschiedenen Bauteilen

1.3.3 Tiefpass

Betrachten wir einen Schaltkreis der folgenden Art:

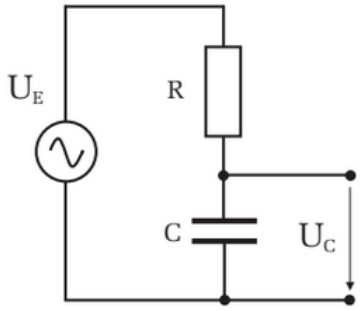


Abbildung 3: Aufbau eines Tiefpasses

Berechnen wir nun die Spannung am Kondensator mittels ohmschen Gesetz, indem wir für den Widerstand des Kondensators seine Impedanz einsetzen, so erhalten wir:

$$U_C(t) = \frac{Z_C}{R + Z_C} U_E(t) = \frac{1}{i\omega CR + 1} U_0 e^{i\omega t} \tag{10}$$

Der Betrag und die Phase der Spannung, die man also am Kondensator abgreifen kann, lautet:

$$|U_C| = \frac{|U_E|}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \tag{11}$$

$$\varphi = \arctan(-\omega RC) \tag{12}$$

Man sieht also, dass für $\omega \to 0$, $|U_C| \to |U_E|$ und für $\omega \to \infty$, $|U_C| \to 0$. Der Aufbau filtert hohe Frequenzen heraus, sie werden stark gedämpft. Niedrige Frequenzen hingegen passieren ohne starke Dämpfung. Dieser Aufbau wird deshalb Tiefpassfilter genannt.

1.3.4 Hochpass

Für einen Hochpass betrachten wir erneut Abbildung (3). Diesmal greifen wir die Spannung jedoch am Widerstand R ab. Um die Spannung zu berechnen, gehen wir ganz analog zum Tiefpass vor. Die Formel lautet also:

$$U_C(t) = \frac{R}{R + Z_C} U_E(t) = \frac{i\omega CR}{i\omega CR + 1} U_0 e^{i\omega t} \tag{13}$$

Die Spannung und Phase sind also:

$$|U_C| = \frac{|U_E|}{\sqrt{1 + 1/(\omega RC)^2}} \tag{14}$$

$$\varphi = \arctan(\omega RC) \tag{15}$$

Wir sehen das genau umgekehrte Verhalten zum Tiefpassfilter: Niedrige Frequenzen werden stark gedämpft während hohe Frequenzen durchgegeben werden.

1.3.5 Bandbreite

Die Wirkung eines Filters (die Bandbreite) wird durch die sogenannte Grenzfrequenz ω_g angegeben. Diese gibt die Frequenz an, bei der die Amplitude auf das $1/\sqrt{2}$-fache angestiegen bzw. abgefallen ist:

$$\omega_g = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} \tag{16}$$

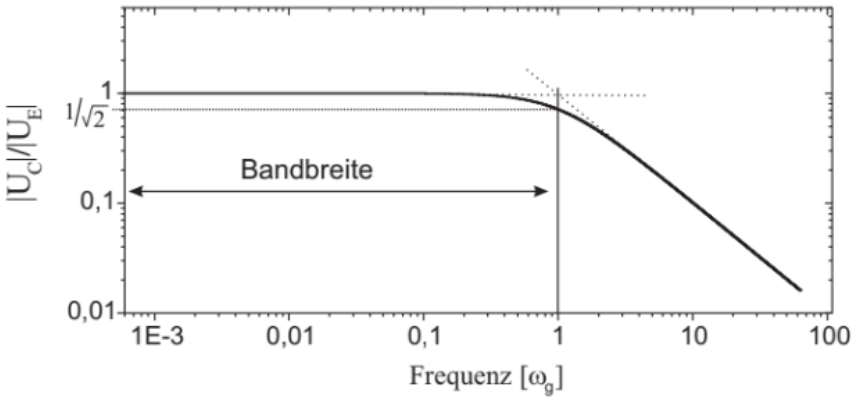
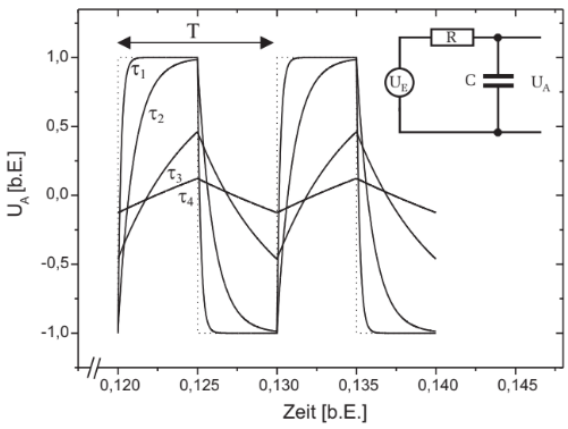


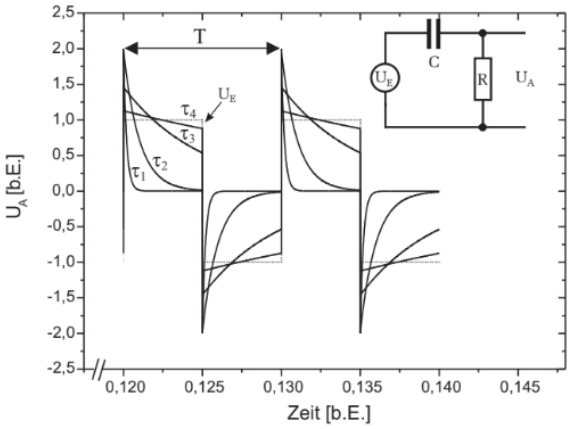
Abbildung 4: Frequenzgang eines Tiefpassfilters mit eingezeichneter Bandbreite

1.3.6 Differenzier-/Integrierglied

Man kann ein RC-Glied auch verwenden, um die Integration oder Differentiation des Eingangssignals anzunähern. Dafür schauen wir uns ein rechteckiges Eingangssignal für unterschiedliche Zeitkonstanten sowohl an einem Tiefpass, als auch an einem Hochpass an.



(a) Spannungsverlauf eines Tiefpasses, $\tau_n < \tau_{n+1}$



(b) Spannungsverlauf eines Hochpasses, $\tau_n < \tau_{n+1}$

Wir sehen also, dass für $\tau \gg T$ Der Spannungsverlauf des Tiefpasses immer näher an die Integration des Eingangssignals herankommt. Auch sehen wir, dass für $\tau \ll T$ der Verlauf des Hochpasses immer näher an die Ableitung des Eingangssignals konvergiert. Wir wollen uns kurz anschauen, woher dieses Verhalten kommt.

Integrator:
Wir wissen bereits, dass für die Änderung der Kondensatorladung gilt:

$$Q = CU_A \Rightarrow I = C\dot{U}_A \tag{17}$$

Und für den Strom außerdem:

$$I = \frac{U_E - U_A}{R} \tag{18}$$

Setzen wir die beiden nun gleich und betrachten den Fall $U_A \ll U_E$ (also ein Tiefpass mit großem τ, sichtbar entweder in Formel (11) oder Abbildung (a)) können wir nähern:

$$\frac{dU_A}{dt} = \frac{U_E - U_A}{RC} \approx \frac{U_E}{RC} \tag{19}$$

Also erhalten wir das beobachtete Verhalten:

$$U_A = \frac{1}{RC} \int U_E \, dt \tag{20}$$

Differentiator:
Wir beginnen mit der Gleichung:

$$U_E = U_C + U_A \tag{21}$$

Wir nutzen wieder die Definition der Kapazität und die Tatsache, dass die Ladung auf dem Kondensator das Integral des Stroms über die Zeit ist:

$$U_E = \frac{Q}{C} + U_A = \frac{1}{C} \int I \, dt + U_A \tag{22}$$

Umgestellt und nach der Zeit abgeleitet erhalten wir folgenden Zusammenhang für den Strom:

$$I = C\frac{d}{dt}(U_E - U_A) \tag{23}$$

Betrachten wir nun den Fall, dass $\tau \ll T$, folgt aus Formel (14) oder wie in Abbildung (b) sichtbar, das $U_A \ll U_E$ und man somit nähern kann:

$$I \approx C\frac{d}{dt}U_E \tag{24}$$

$$U_A \approx RC\frac{d}{dt}U_E \tag{25}$$

Das beobachtete Verhalten spiegelt sich also auch hier in den Gleichungen wieder.

1.3.7 Elektromagnetischer Schwingkreis

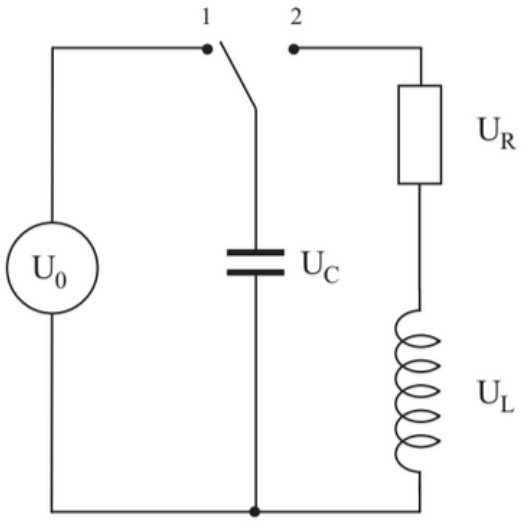


Abbildung 6: Schaltplan eines RLC-Schwingkreises

In Abbildung 6 ist ein elektromagnetischer Schwingkreis dargestellt, welcher aus Kondensator, Spule und Widerstand besteht. Ist der Widerstand $R \neq 0$, so ist der Schwingkreis gedämpft. Befindet sich der Schalter in Position 1, so wird zuerst der Kondensator aufgeladen, bis seine Spannung U_C der Anfangsspannung U_0 entspricht. Legt man nun den Schalter in Position 2 um, so fängt der Kondensator rasch an, sich zu entladen. Würde man den Einfluss der Spule vorerst ignorieren, würde der Strom exponentiell abfallen (siehe Formel (5)). Also verändert sich der Stromfluss (seine Ableitung ist nicht Null), wodurch ein Magnetfeld in der Spule entsteht. Nach der Lenz'schen Regel ist die Spannung, die dadurch induziert wird, so gepolt, dass sie ihrer Ursache entgegenwirkt (dem Sinken des Stroms), es sorgt also für eine Verlangsamung der Stromabnahme, sodass der Kondensator wieder aufgeladen wird, diesmal jedoch genau anders herum gepolt. Der Kondensator entlädt sich nun wieder in entgegengesetzter Polarität, wodurch sich die Richtung des Stroms umkehrt. In einem idealen LC-Schwingkreis, also mit $R = 0$, so nimmt die Amplitude der Spannung nie ab und der Kreislauf schwingt periodisch. Im Gedämpften wiederum nimmt die Amplitude von Periode zu Periode exponentiell ab, bis die Schwingung aufhört bzw. die Amplitude extrem klein ist.
Um das ganze mathematisch zu beschreiben, fangen wir wieder mit der Maschenregel an. Die Gleichung, die wir erhalten sieht folgendermaßen aus:

$$U_R + U_C - U_L = 0 \tag{26}$$

Wir können nun folgende Beziehungen einsetzen:

- $U_R = RI \Rightarrow \dot{U}_R = R\dot{I}$
- $U_C = Q/C \Rightarrow \dot{U}_C = I/C$
- $U_L = -L\dot{I} \Rightarrow \dot{U}_L = -L\ddot{I}$

Leiten wir nun also unsere Formel (26) nach der Zeit ab und setzen unsere Zusammenhänge ein, erhalten wir folgendes Lineare Gleichungssystem zweiter Ordnung:

$$L\frac{d^2}{dt^2}I + R\frac{d}{dt}I + \frac{1}{C}I = 0 \tag{27}$$

Die allgemeine Lösung hiervon lautet:

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t}\left(c_1 \exp\left[\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}\ t\right] + c_2 \exp\left[-\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}\ t\right]\right) \tag{28}$$

c_1 und c_2 sind Konstanten, die von den Anfangsbedingungen festgelegt werden. Aus dieser Formel ergeben sich theoretisch drei verschiedene Verhaltensweisen, jedoch untersuchen wir in dem Versuch sowieso nur den Schwingfall. Bei diesem muss gelten:

$$\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC} \tag{29}$$

Wenn wir nun den Strom mit einigen Definitionen schreiben, erhalten wir die kürzere Form:

$$I = I_0 \exp\left[-\frac{t}{\tau_r}\right] \exp[i(\omega_f t + \varphi)] \tag{30}$$

$$\omega_f := \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \tag{31}$$

$$\tau_r := \frac{1}{\delta} \tag{32}$$

$$\delta := \frac{R}{2L} \tag{33}$$

δ ist hier die Dämpfungskonstante und τ_r wird als Abklingzeit bezeichnet. Die Dämpfungskonstante kann man außerdem durch das logarithmische Dekrement Λ bestimmen. Das logarithmische Dekrement ist nichts weiter, als die Differenz des Logarithmus zweier benachbarter Amplituden A_n und A_{n+1}. Man erhält so die Gleichung:

$$\Lambda = \ln A_n - \ln A_{n+1} = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} = \delta T \tag{34}$$

mit der Periodendauer T des Schwingkreises.

1.3.8 Erzwungener Schwingkreis

Nun wollen wir sehen, was passiert, wenn wir von Außen eine Wechselspannungsquelle $U_E(t) = U_0 e^{i\omega t}$ anschließen. Der Strom ergibt sich mit Ohmschem Gesetz und unter Verwendung von Impedanzen:

$$I = \frac{1}{R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} U_0 e^{i\omega t - \phi} \tag{35}$$

Die Amplitude ist:

$$|I(\omega)| = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \tag{36}$$

Die Maximale Amplitude erhält man bei Resonanzfrequenz ω_r, die gegeben ist als:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{37}$$

Nun können wir die einzelnen Spannungen an den Bauteilen berechnen:

$$|U_R| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} U_0 \tag{38}$$

$$|U_C| = \frac{1/(\omega C)}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} U_0 \tag{39}$$

$$|U_L| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} U_0 \tag{40}$$

$$\tag{41}$$

Wir können hieran leicht erkennen, dass ein Spannungsabgreifen über dem ohmschen Widerstand wie ein Bandpassfilter wirkt. Das heißt, sowohl Frequenzen die über der Resonanzfrequenz liegen, als auch solche, die unter der Resonanzfrequenz liegen, werden stark unterdrückt. Lediglich Frequenzen, die nah an der Resonanzfrequenz liegen, werden nahezu ungedämpft abgegriffen. Die Bandbreite $\Delta\omega$ wird ähnlich wie bei Hoch- und Tiefpass durch die Intervallbreite definiert, bei der die Amplitude über dem $1/\sqrt{2}$-fachen der Maximalamplitude liegt.

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \frac{R}{L} = 2\delta \tag{42}$$

Man sieht also, dass eine größere Dämpfung zu einer breiteren Resonanzkurve führt.

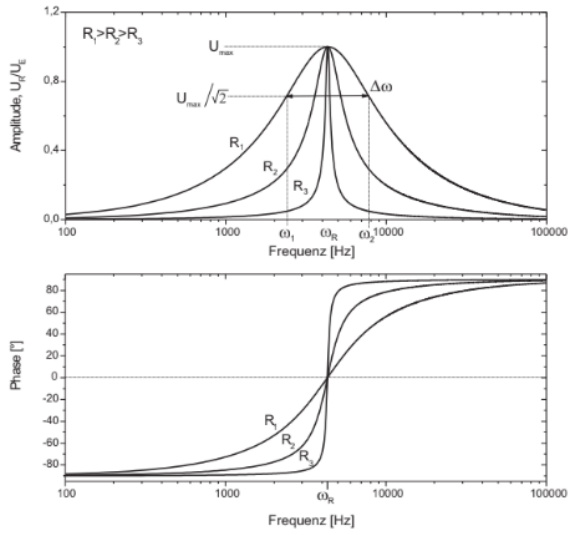


Abbildung 7: Frequenz- und Phasengang eines RLC-Schwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand (bei unterschiedlichen R und somit Dämpfungen)

Beim Abgriff über den Kondensator oder die Spule kommt man auf Resonanzfrequenzen von:

$$\omega_C = \sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2} \tag{43}$$

$$\omega_L = \sqrt{\omega_R^2 + 2\delta^2} \tag{44}$$

Die Amplitude im Resonanzfall ist stark von dem Widerstand abhängig. So erkennt man, dass für $R \to 0$ die Amplitude gegen ∞ strebt. Es kommt zur 'Resonanzkatastrophe'.

1.3.9 Parallelschwingkreis

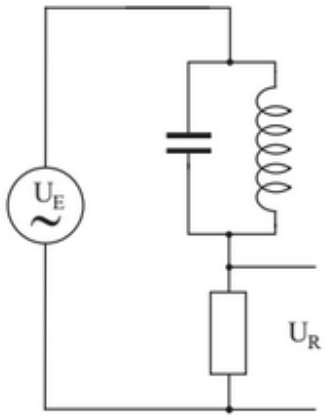


Abbildung 8: Aufbau des Parallelschwingkreises

Stellen wir die Gesamtimpedanz dieses Schwingkreises auf, so erhalten wir:

$$\frac{1}{Z_{ges}} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L} \tag{45}$$

$$Z_{ges} = \left| \frac{1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \right| \tag{46}$$

Anhand dieser Formel ist erkennbar, dass bei der Resonanzfrequenz $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ der Zähler null wird und so die Impedanz gegen unendlich geht. Es fließt also kein Strom mehr. Das bedeutet, der Parallelschwingkreis funktioniert genau entgegengesetzt zum Serienschwingkreis: Er blockiert die Frequenz in einer bestimmten Bandbreite um die Grenzfrequenz und lässt den Rest ungedämpft passieren. Man nennt ihn deshalb Bandsperre.

2 Messprotokoll

Messprotokoll 241: RLC-Glieder

03.12.24
Harish Mahendran
Jonas Schweer

I Messaufbau

- PC- gesteuerter Funktiongenerator und Speicheroszilloskop
- Widerstände, Spulen, Kondensatoren und eine Diode
- Steckbrett zum Aufbau von Schaltungen
- Impedanzwandler mit Netzteil
- Niederfrequenz- Verstärker mit Netzteil
- Langdrahtantenne, Erdleitung
- Zwei Kopfhörer mit unterschiedlicher Impedanz
- Computer

Aufgabe 1: Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds

Um die Zeitkonstante zu messen, schalten wir einen ohmschen Widerstand (1kΩ) und einen Kondensator (470nF). Wir greifen den vollständigen Spannungsabfall, sowie den Spannungsabfall über dem Kondensator ab. Mit dem Cursor ermitteln wir die Halbwertszeit für verschiedene Widerstände und Kondensatoren.

$f = 200\,Hz$

R [kΩ]	1	10	1
C [nF]	470	4,7	47
$T_{1/2}$ [µs]	330	33	34
$\Delta T_{1/2}$ [µs]	30	5	5

Anschließend tauschen wir in der letzten Konfiguration (1kΩ; 47nF) Den Kondensator mit dem Widerstand. Wir überzeugen uns, dass die Halbwertszeit für den Strom ($I = \frac{U}{R}$) die selbe ist.

Aufgabe 2: RC-Glied als Integrator und Differentiator

Wir nutzen den Kondensator mit $C = 47\,nF$ und tauschen den Widerstand mit einem Potentiometer ($5\,k\Omega$) aus. Wir greifen die Spannung zuerst über den Kondensator bei $f = 10\,kHz$ ab. Als Signal stellen wir das Rechtecksignal ein. Wir beobachten, wie beim Erhöhen des Widerstands die Ausgangsspannung dem Integral näher kommt.

Nun tauschen wir Potentiometer mit Kondensator und stellen ein Dreieckssignal ($1{,}5\,k\Omega$, $4\,V_{pp}$) ein. Wir erkennen, dass bei niedrigem Widerstand des Potentiometers die Ausgangsspannung immer näher an die Ableitung herankommt.

Aufgabe 3: Frequenz- und Phasengang eines RC-Glieds

Um den Frequenzgang gut zu erkennen, nehmen wir die im Praktikumsskript angegebenen Einstellung vor. Wir bauen einen Tiefpassfilter ($C = 47\,nF$; $R = 1\,k\Omega$).

Wir messen die Ausgangsspannung pro Frequenz und lesen daraus die Grenzfrequenz f_G.

$$f_g = (3{,}00 \pm 0{,}22)\,kHz$$

Wir wiederholen die Messung, diesmal mit einem Hochpassfilter der selben Größen.

$$f_g = (3{,}08 \pm 0{,}20)\,kHz$$

Um nun den Phasengang zu messen, nutzen wir die Cursorfunktion, um die Phase um die Grenzfrequenz herum abzulesen.

f [kHz]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δt [µs]	200	90	40	30	20	13	11	10	7	5
φ	$2\pi\Delta t f$									

Fehler: $\pm 4\,\mu s$

Aufgabe 4: Frequenzgang eines Serienschwingkreises

Wir bauen mit den Bauelementen $C = 47\,nF$ und L_1 einen Serienschwingkreis. Den verbauten Widerstand variieren wir pro Messung. Wir nehmen mit dem Oszilloskop die verschiedenen Frequenzgänge auf und notieren die Resonanzfrequenz f_R, die Bandbreite Δf und Effektivwert der Aus-/Eingangsspannung.

$R\,[\Omega]$	1000	220	47
$f_R\,[kHz]$	3,8	3,7	3,7
$\Delta f\,[kHz]$	5	1,5	0,6
$U_{A,eff}\,[V_{rms}]$	0,59	0,44	0,2
$U_{E,eff}\,[V_{rms}]$	0,62	0,6	0,58

Aufgabe 5: Resonanzüberhöhung

Wir wiederholen das Verfahren aus Aufgabe 4, jedoch variieren wir nicht die Bauteile (konstant bei $C = 47\,nF$; $L1$; $R = 220\,\Omega$), sondern messen den Frequenzgang über die einzelnen Elemente und messen die Resonanzfrequenzen.

$$f_{R,R} = (3{,}70 \pm 0{,}05)\,Hz$$

$$f_{R,C} = (3{,}50 \pm 0{,}05)\,Hz$$

$$f_{R,L} = (3{,}85 \pm 0{,}05)\,Hz$$

Aufgabe 6: Bestimmung der Dämpfungskonstanten eines freien, gedämpften Schwingkreis

Wir nutzen den selben Versuchsaufbau erneut und messen die Spannung über die Spule. Wir schicken Rechtecksignale mit einer kleinen Frequenz (260Hz), sodass man Schwingung beobachten kann. Wir messen den Spannungsabfall pro Periode

Periode	1	2	3	4	5
Spannung [V_{rms}]	3,50	1,88	0,94	0,41	0,13

Periode $T = (0,27 \pm 0,12)_{ms}$

Fehler U: $\pm 0,03\ V_{rms}$

Erhöht man den Widerstand, so erkennt man ab einer gewissen Größe keine Schwingung mehr.

Aufgabe 7: Parallelschwingkreis - Bandsperre

Wir bauen eine Bandsperre auf, mit $C = 47\,nF$, $R = 1k\Omega$ und $L1$.
Wir messen die Ausgangsspannung über den Widerstand und nehmen den Frequenzgang auf. Wir bestimmen die Resonanzfrequenz

$$f_R = (3,68 \pm 0,05)\,kHz$$

Aufgabe 8: Signalumformung

In diesem Aufgabenteil senden wir ein Signal aus, welches hauptsächlich aus 3 Sinuswellen besteht. Von diesen notieren wir jeweils die Frequenzen und Amplituden:

Sinus 1: $f = 91,55\,Hz$ $A = -2,44\,dBV$

Sinus 2: $f = 3,62\,kHz$ $A = -7,44\,dBV$

Sinus 3: $f = 8,01\,kHz$ $A = -8,06\,dBV$

Wir versuchen nun durch Tief- und Hochpassfilter die 2. Sinuswelle zu isolieren.
Mit einem Hochpass ($R = 10k\Omega$, $C = 47nF$) versuchen wir Sinus 1 herauszufiltern
→ Sinus 1: $-12,25\,dBV$; Sinus 2: $-7,87\,dBV$; Sinus 3: $-8,19\,dBV$

Nun schalten wir einen Hochpass (L_1; $C = 47\,nF$) (abgreifen über C) ein um Sinus 3 zu dämpfen. Den Tiefpass nahmen wir heraus:

Sinus 1: $-2{,}25\,dBV$, Sinus 2: $9{,}63\,dBV$, Sinus 3: $-19{,}12\,dBV$

Nun nutzen wir Bandpassfilter

L_1, $R = 47\,\Omega$, $C = 47\,nF$:

Sinus 1: $-74{,}92\,dBV$; Sinus 2: $-38{,}36\,dBV$; Sinus 3: $-58{,}36\,dBV$

L_1, $R = 1\,k\Omega$, $C = 47\,nF$

Sinus 1: $-31{,}31\,dBV$ Sinus 2: $-8{,}5\,dBV$ Sinus 3: $-13{,}19\,dBV$

Aufgabe 9: Aufbau eines einfachen AM-Empfängers

Wir bauen den Aufbau wie im Skript beschrieben auf. Nun versuchen wir, durch Variation der Kapazität bzw der Induktivität einen Peak bei 1MHz zu erhalten. Wir machen ein Bildschirmfoto.



3 Auswertung

3.1 Aufgabe 1

Wir wollen nun den sowohl den theoretischen, als auch den experimentell bestimmten Wert für Zeitkonstante τ aus unseren Messdaten berechnen. Dies wird unter Verwendung von Formel (6) für den experimentellen Wert und $\tau = RC$ für den theoretischen Wert. Den Fehler berechnen wir jeweils durch:

$$\Delta\tau_{exp} = \frac{\Delta T_{1/2}}{\ln 2} \tag{47}$$

$$\Delta\tau_{theo} = \sqrt{(R\Delta C)^2 + (C\Delta R)^2} \tag{48}$$

Den Fehler der Widerstände nehmen wir als 5% an und den der Kondensatoren als 10%. Die Tabelle ist also:

Messung	1	2	3
C[nF]	470 ± 50	4.7 ± 0.5	47 ± 5
R[kΩ]	1.00 ± 0.05	10.0 ± 0.5	1.00 ± 0.05
f[Hz]	200	200	200
$\tau_{theo}[\mu s]$	470 ± 50	47 ± 5	47 ± 5
$\tau_{exp}[\mu s]$	470 ± 40	48 ± 7	49 ± 7

Tabelle 1: Messwerte für Kapazität C, Widerstand R, Frequenz f, sowie die theoretische und experimentelle Zeitkonstante τ.

3.2 Aufgabe 2

Wir schauen uns zuerst die Oszilloskop-Bilder für den Integrator an:

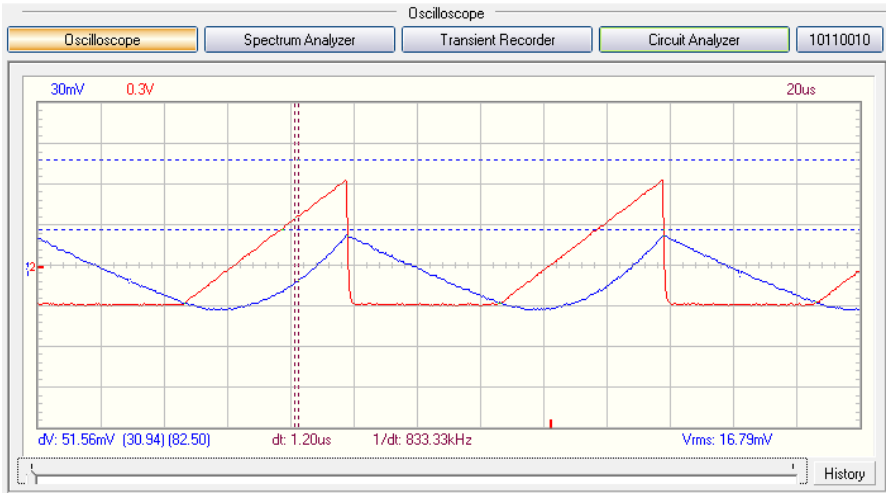


Abbildung 9: Rot: Sägezahnsignal, Blau: Angenähertes Integral

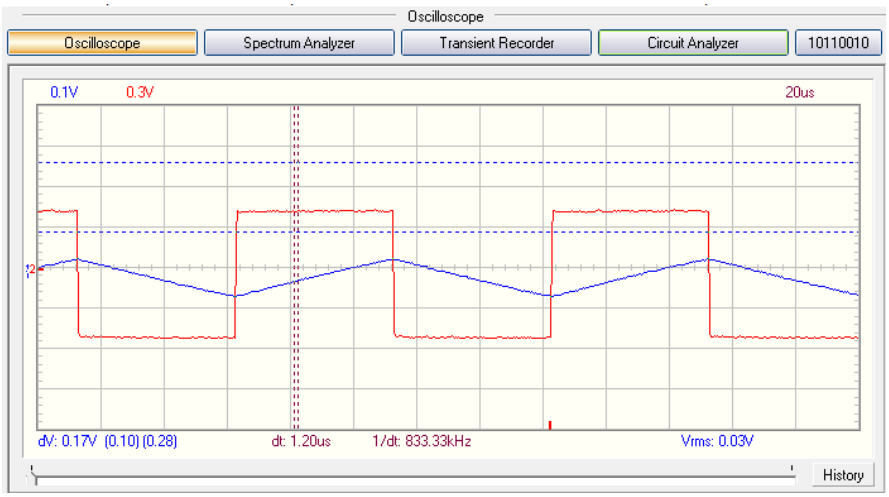


Abbildung 10: Rot: Rechtecksignal, Blau: Angenähertes Integral

Wir können also die theoretischen Berechnungen verifizieren. Tatsächlich wird Die Ausgangsspannung bei ausreichend großen Widerstand zur Integration der Eingangsspannung. Wie bereits vorhergesagt, ist die Ausgangsspannung auch deutlich kleiner als die Eingangsspannung.
Als nächstes Schauen wir und den Differentiator an:

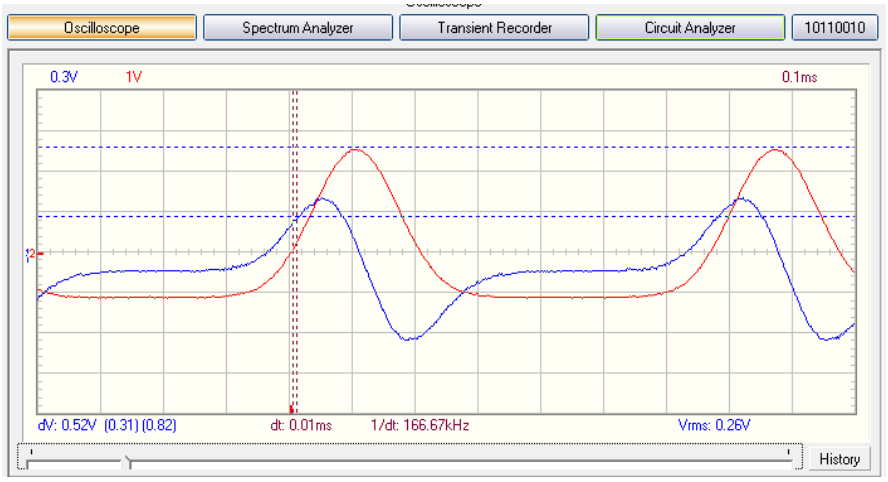


Abbildung 11: Rot: Gaußsignal, Blau: Angenäherte Ableitung

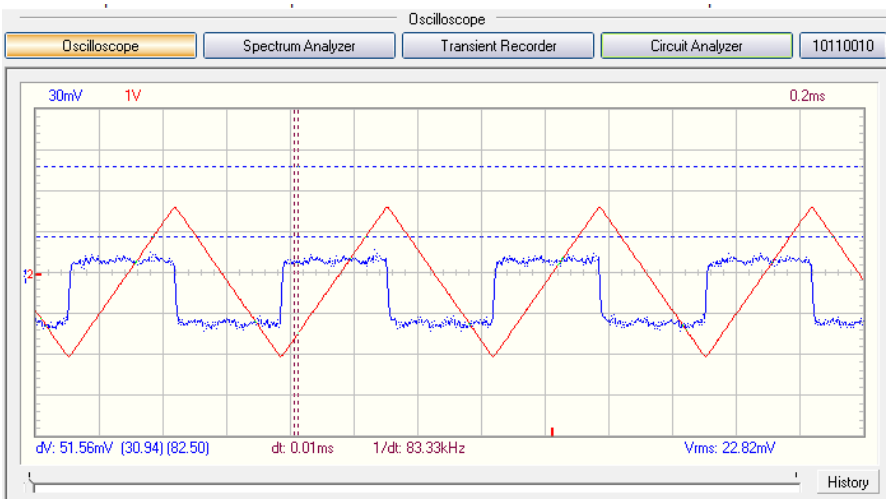


Abbildung 12: Rot: Dreiecksignal, Blau: Angenäherte Ableitung

Auch hier wieder entspricht die theoretische Überlegung den tatsächlichen Beobachtungen. Das Ausgangssignal gibt die Ableitung des Eingangssignals wieder, wobei seine Amplitude deutlich kleiner geworden ist.

3.3 Aufgabe 3

Um die Grenzfrequenz zu bestimmen, müssen wir zuerst unsere Tabelle aus Aufgabe 3 im Messprotokoll um die Phase erweitern. Dafür rechnen wir:

$$\varphi = 2\pi f \Delta t \tag{49}$$

$$\Delta\varphi = 2\pi f \Delta_{err}(\Delta t) \tag{50}$$

Dabei ist Δt die gemessene Zeitdifferenz und $\Delta_{err}(\Delta t)$ der Fehler dieser. Die aktualisierte Tabelle lautet also:

f [kHz]	1	2	3	4	5
Δt [μs]	200 ± 4	90 ± 4	40 ± 4	30 ± 4	20 ± 4
φ [rad]	1.257 ± 0.025	1.13 ± 0.05	0.75 ± 0.08	0.75 ± 0.10	0.63 ± 0.13

f [kHz]	6	7	8	9	10
Δt [μs]	13 ± 4	11 ± 4	10 ± 4	7 ± 4	5 ± 4
φ [rad]	0.49 ± 0.15	0.48 ± 0.18	0.50 ± 0.20	0.40 ± 0.23	0.31 ± 0.25

Tabelle 2: Messwerte für Frequenz f, Zeitdifferenz Δt und Phasenwinkel φ.

Wir plotten nun die Messwerte und versuchen abzuschätzen, bei welcher Frequenz der 45°-Winkel liegt (also $\pi/4$):

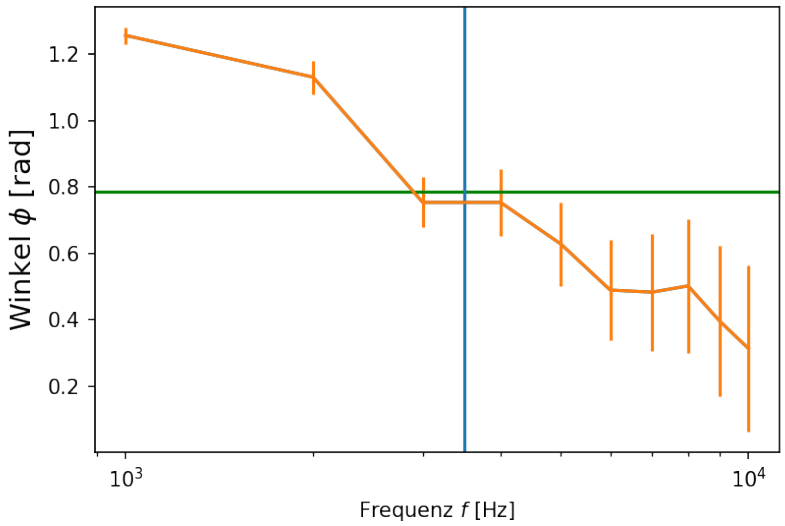


Abbildung 13: Gelb: Messwerte aus Tabelle, Grün: Linie bei 45°, Blau: abgeschätzte Grenzfrequenz

Die abgeschätzte Frequenz beträgt

$$\boxed{f_g = (3.5 \pm 0.5)\text{kHz}}$$

wobei wir den Fehler aufgrund der Ungenauigkeit der Methode festgelegt haben. Den theoretischen Wert bestimmen wir mittels Formel (16) und dem Wissen, dass $f_g = \frac{\omega_g}{2\pi}$. Der Fehler ergibt sich nach Gauß als:

$$\Delta f_{g,theo} = f_{g,theo}\sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2} \tag{51}$$

Die theoretische Frequenz lautet also:

$$\boxed{f_{g,theo} = (3.4 \pm 0.4)\text{kHz}}$$

Zuletzt tragen wir noch die Grenzfrequenzen, die wir graphisch am Oszilloskop bei Hoch- und Tiefpass ausgewertet haben auf (sie sind auch schon im Messprotokoll zu finden)

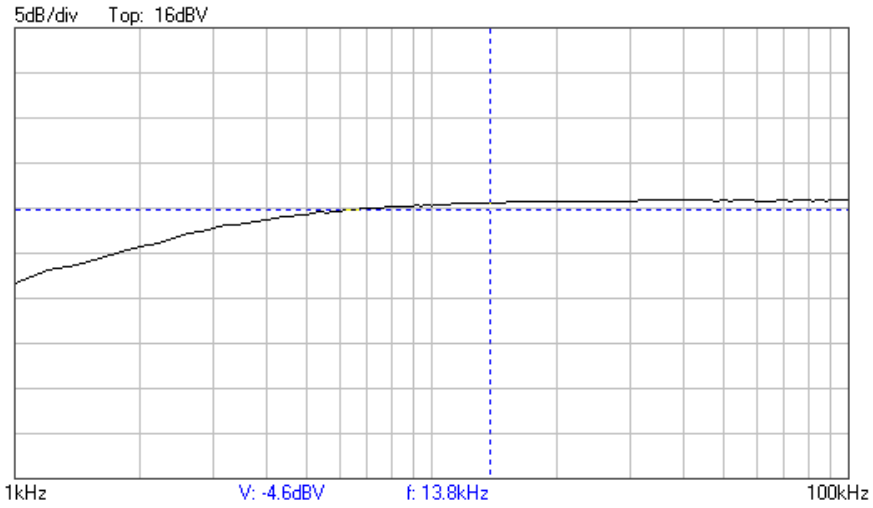


Abbildung 14: Grafische Auswertung des Hochpass

Die Frequenz lautete:

$$\boxed{f_{g,hochpass} = (3.00 \pm 0.22)\text{kHz}}$$

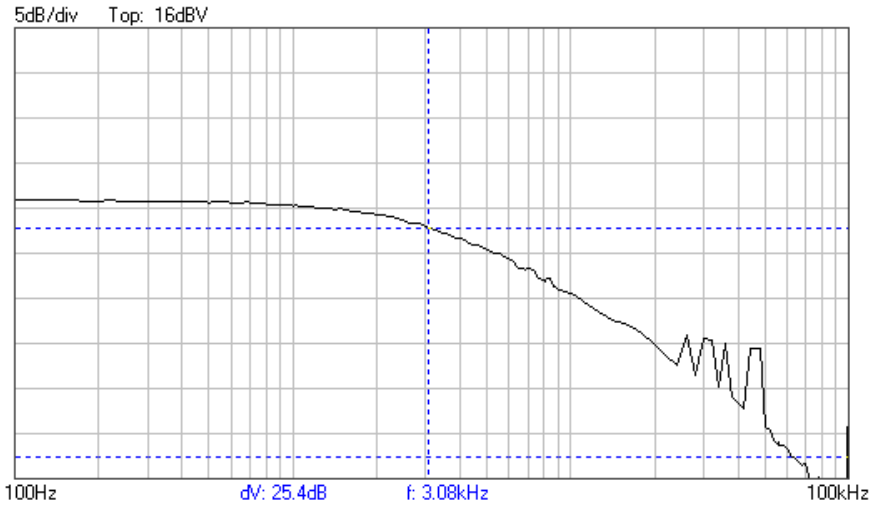


Abbildung 15: Grafische Auswertung des Tiefpass

Die Frequenz lautete:

$$\boxed{f_{g,tiefpass} = (3.08 \pm 0.20)\text{kHz}}$$

3.4 Aufgabe 4

Nun wollen wir die Induktivität der verwendeten Spule berechnen. Dafür nutzen wir Formel (37) nach L umgestellt und wieder mit der Beziehung $\omega_r = 2\pi f_r$. Um den Fehler

der einzelnen Induktivitäten zu berechnen, nutzen wir nach Gauß:

$$\Delta L = L\sqrt{\left(\frac{2\Delta f_r}{f_r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2} \tag{52}$$

Anschließend rechnen wir noch das gewichtete Mittel der drei berechneten Induktivitäten aus. Diese lauten dann:

$\boxed{L_1 = (37 \pm 6)\text{mH}}$
$\boxed{L_2 = (39 \pm 6)\text{mH}}$
$\boxed{L_3 = (39 \pm 6)\text{mH}}$
$\boxed{\bar{L} = (39 \pm 3)\text{mH}}$

Mit dieser dieser Größe und Formel (42) können wir den Gesamtwiderstand bestimmen als:

$$R_{ges} = 2\pi\Delta f L \tag{53}$$

$$\Delta R_{ges} = R_{ges}\sqrt{\left(\frac{\Delta_{err}(\Delta f)}{\Delta f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2} \tag{54}$$

Die Gesamtwiderstände sind also:

$\boxed{R_{ges,1000} = (1.21 \pm 0.12)\text{k}\Omega}$
$\boxed{R_{ges,220} = (360 \pm 30)\Omega}$
$\boxed{R_{ges,47} = (146 \pm 14)\Omega}$

Um nun also den Verlustwiderstand zu berechnen, ziehen wir also den ohmschen Widerstand (in den Indizes der Gesamtwiderstände vermerkt) von der Gesamtgröße ab. Der Fehler addiert sich quadratisch, also erhalten wir:

$$\Delta R_V = \sqrt{(\Delta R_{ges})^2 + (\Delta R)^2} \tag{55}$$

Der Verlustwiderstand lautet also:

$\boxed{R_{V,1000} = (210 \pm 130)\Omega}$
$\boxed{R_{V,220} = (140 \pm 40)\Omega}$
$\boxed{R_{V,47} = (99 \pm 14)\Omega}$

Eine weiter Methode, um auf den Verlustwiderstand zu kommen, ist über Unterschied der Ein- und Ausgangsspannung. Nach dem ohmschen Gesetz gilt unter Berücksichtigung des Verlustwiderstands:

$$U_A = \frac{R}{R + R_V}U_E \Leftrightarrow R_V = R\left(\frac{U_E}{U_A} - 1\right) \tag{56}$$

Der Fehler davon ist also:

$$\Delta R_V = \sqrt{\left(\left(\frac{U_E}{U_A} - 1\right)\Delta R\right)^2 + \left(\frac{R}{U_A}\Delta U_E\right)^2 + \left(\frac{RU_E}{U_A^2}\Delta U_A\right)^2} \tag{57}$$

Die neuen Verlustwiderstände lauten:

$\boxed{R_{V,1000} = (50 \pm 74)\Omega}$
$\boxed{R_{V,220} = (80 \pm 22)\Omega}$
$\boxed{R_{V,47} = (89 \pm 11)\Omega}$

3.5 Aufgabe 5

Anhand unserer gemessenen Resonanzfrequenz beim abgreifen über den Widerstand, können wir mit Formel (37) die Induktivität bestimmen. Mit Formel (44), Formel (43) und Formel (42) kommen wir auf zwei weitere Formeln für L:

$$L = \frac{R}{\sqrt{2(\omega_R^2 - \omega_C^2)}} \tag{58}$$

$$L = \frac{R}{\sqrt{2(\omega_L^2 - \omega_R^2)}} \tag{59}$$

Die Werte die wir erhalten, lauten:

$\boxed{L_1 = 0.039\text{H}}$
$\boxed{L_2 = 0.021\text{H}}$
$\boxed{L_3 = 0.023\text{H}}$

Gemittelt ist das:

$\boxed{\bar{L} = (0.028 \pm 0.008)\text{H}}$

3.6 Aufgabe 6

Nun rechnen wir mit Formel (37) ein weiteres Mal L aus, jedoch setzen wir $\omega_r = \frac{2\pi}{T}$ ein. Also gilt:

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} \tag{60}$$

$$\Delta L = L\sqrt{\left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2} \tag{61}$$

Das Ergebnis ist:

$\boxed{L = (0.039 \pm 0.007)\text{H}}$

Nun berechnen wir nach Formel (34) das logarithmische Dekrement. Der Fehler ist:

$$\Delta\Lambda = \sqrt{(\Delta A_N/A_N)^2 + (\Delta A_{N+1}/A_{N+1})^2} \tag{62}$$

Die Werte und das gewichtete Mittel sind:

$\boxed{\Lambda_1 = 0.621 \pm 0.011}$
$\boxed{\Lambda_2 = 0.693 \pm 0.025}$
$\boxed{\Lambda_3 = 0.83 \pm 0.07}$
$\boxed{\Lambda_4 = 1.15 \pm 0.29}$
$\boxed{\bar{\Lambda} = 0.639 \pm 0.010}$

Die Dämpfungskonstante ist dann:

$\boxed{\delta = (2390 \pm 190)s^{-1}}$

Mit dem Wissen aus Formel (42) können wir den Gesamtwiderstand berechnen:

$\boxed{R_{ges} = (187 \pm 15)\Omega}$

und damit auch den Verlustwiderstand, wenn wir den ohmschen Widerstand abziehen:

$\boxed{R_V = (141 \pm 15)\Omega}$

3.7 Aufgabe 7

Wir wollen erneut Formel (37) nutzen, diesmal aber um den theoretischen Wert für die gemessene Frequenz zu berechnen. Wir rechnen also:

$$f_{theo} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{63}$$

$$\Delta f_{theo} = f_{theo}\sqrt{\left(\frac{\Delta L}{2L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{2C}\right)^2} \tag{64}$$

Die Werte für L nehmen wir aus Aufgabe 6. Das Ergebnis lautet:

$\boxed{f_{theo} = (3.7 \pm 0.4)\text{kHz}}$

3.8 Aufgabe 8

In diesem Aufgabenteil schauen wir uns die Bilder an, welche wir von den Signalen gemacht haben, und analysieren die Auswirkungen der einzelnen Filter.

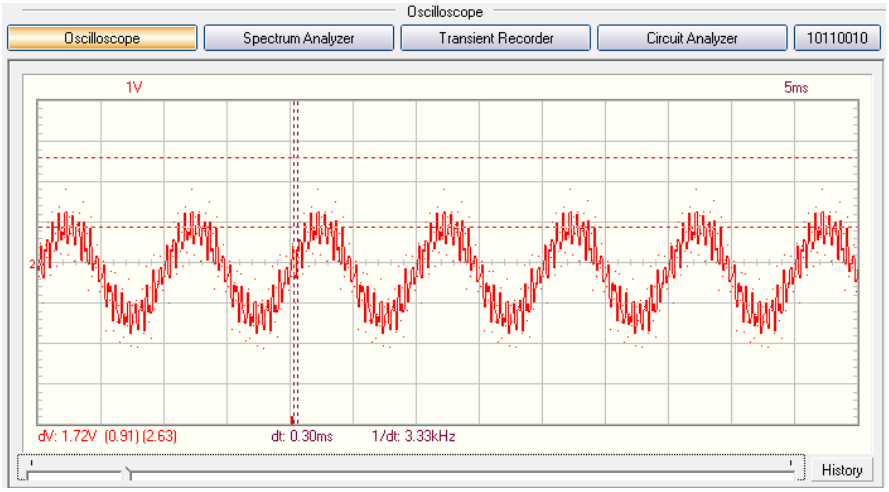


Abbildung 16: Eingangssignal

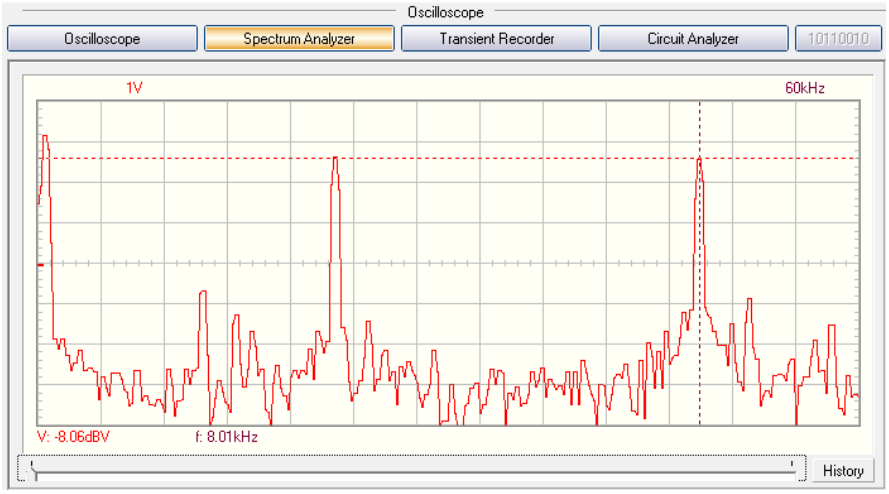


Abbildung 17: Spektrum des Eingangssignals

Oben abgebildet ist das unveränderte Eingangssignal. Man kann also gut die drei großen Peaks bei den verschiedenen Frequenzen erkennen. Nun haben wir das Eingangssignal mit einem Hochpass gedämpft:

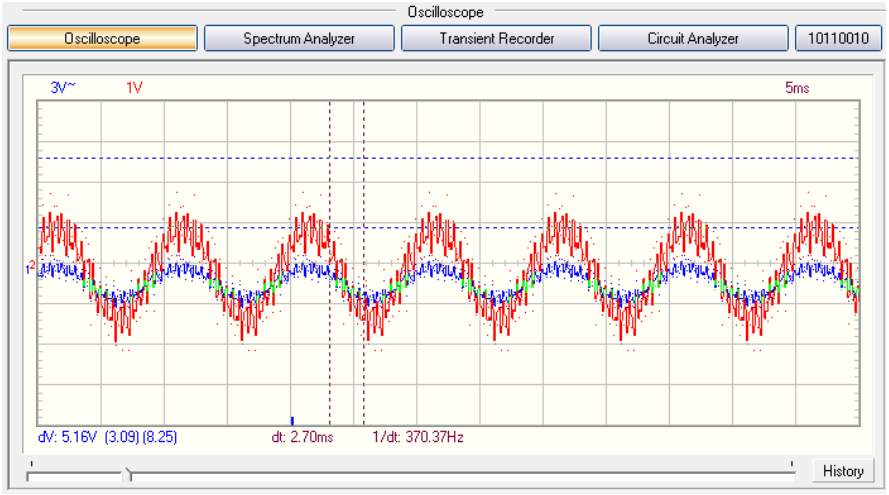


Abbildung 18: Eingangssignal(rot) und Signal mit Hochpass (Blau)

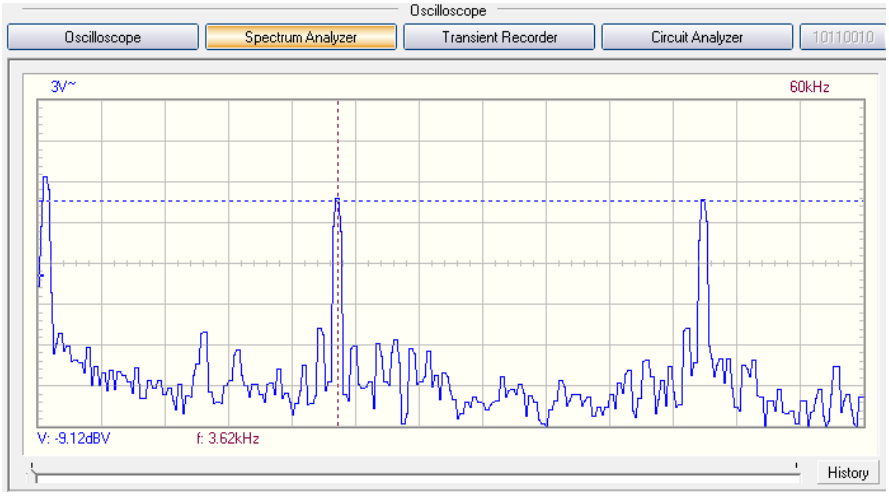


Abbildung 19: Spektrum des Eingangssignals mit Hochpass

Wenn wir das neue Spektrum mit dem unveränderten Vergleichen (→ siehe Messprotokoll für spezielle Amplitudenwerte) so erkennen wir, dass in der Tat die 90kHz-Frequenz von -2.5dBV auf ca. -12.3dBV abgesunken ist. Die anderen Frequenzen haben ihren Wert ungefähr beibehalten. Der Hochpassfilter hat also wie erwartet die niedrige Frequenz gedämpft. Als nächstes nutzen wir einen Tiefpassfilter:

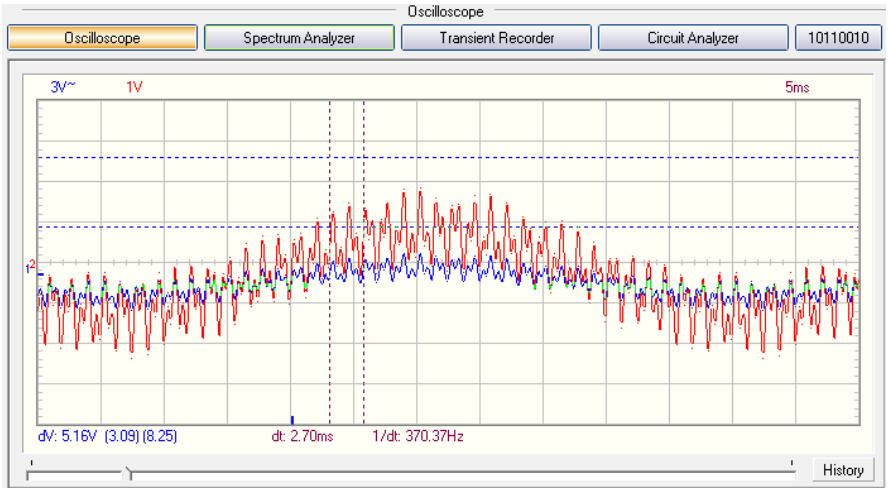


Abbildung 20: Eingangssignal(rot) und Signal mit Tiefpass(blau

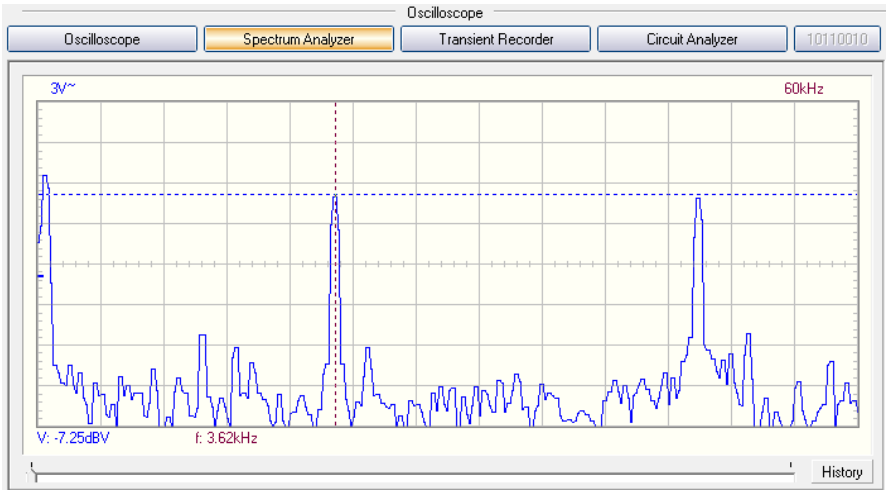


Abbildung 21: Spektrum des Eingangssignals mit Tiefpass

Auch hier sehen wir wieder das erwartete Ergebnis: Die niederen Frequenzen werden nahezu ungefiltert repräsentiert, während die 8kHz-Frequenz von -8dBV auf -19dBV abgeschwächt wurde. Als letztes verwenden wir einen Bandpass:

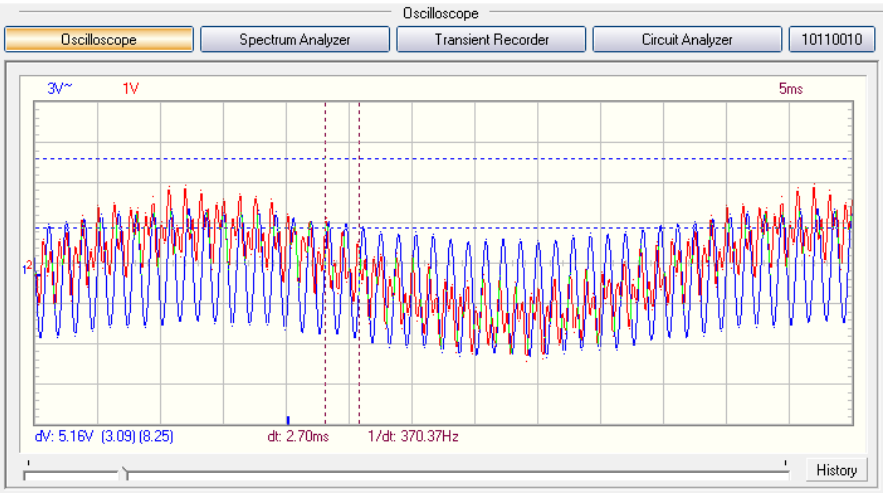


Abbildung 22: Eingangssignal(rot) und Signal mit Bandpass(blau)

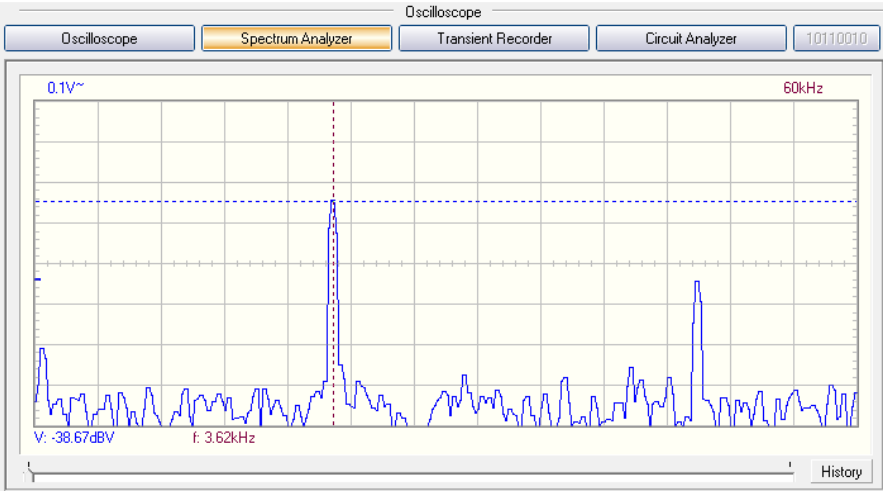


Abbildung 23: Spektrum des Eingangssignals mit Bandpass

Hier erkennen wir, dass vor allem das niederfrequente Signal stark unterdrückt wird. Es sinkt bei einem Bandpasswiderstand von 47Ω auf ganze −75dBV ab. Bei 1kΩ nur auf −31dBV, was allerdings immernoch eine beachtliche Dämpfung darstellt. Bei dem 47Ω-Widerstand wir auch das mittlere Signal gedämpft. Es sinkt von −7.4dBV auf −38dBV. Das ist zwar auch eine nicht zu vernachlässigende Senkung, jedoch bei weitem nicht so stark wie bei der niedrigen Frequenz oder, wie wir gleich sehen werden, bei der hohen Frequenz. Nutzen wir hingegen den 1kΩ-Widerstand, so wird die mittlere Frequenz nicht sehr stark gedämpft. Sie sinkt lediglich auf −8.5dBV ab. Die Hohe Frequenz sinkt für 47Ω auf −58dBV ab, was wie erwartet ebenfalls eine starke Dämpfung darstellt, und, wie bereits angekündigt, deutlich mehr als bei der mittleren Frequenz. Bei dem Widerstand von 1kΩ sinkt das hochfrequente Signal auf −13dBV, was auch noch immer eine größere Dämpfung ist, als bei dem Mittleren.

4 Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend haben wir in den ersten Teilen des Versuchs die Eigenschaften eines RC-Glieds untersucht. Wir haben unter anderem für drei verschiedene Kombinationen die Zeitkonstante τ bestimmt. Hier noch einmal die Tabelle mit Ergänzten σ-Abweichungen der theoretisch erwarteten und der experimentell bestimmten Werte:

Messung	1	2	3
C[nF]	470 ± 50	4.7 ± 0.5	47 ± 5
R[kΩ]	1.00 ± 0.05	10.0 ± 0.5	1.00 ± 0.05
f[Hz]	200	200	200
$\tau_{theo}[\mu s]$	470 ± 50	47 ± 5	47 ± 5
$\tau_{exp}[\mu s]$	470 ± 40	48 ± 7	49 ± 7
σ_τ-Abweichung	0	0.12	0.23

Tabelle 3: Tabelle 1 ergänzt mit den Abweichungen

Wir sehen also nur sehr kleine Abweichungen. Diese sind mit großer Wahrscheinlichkeit statistischer Natur. Anschließend haben wir uns die Funktionsweise des RC-Glieds als Integrator und Differentiator angeschaut und konnten dabei unsere theoretischen Vorhersagen bestätigen. Als letztes Ziel der RC-Glied-Untersuchung haben wir noch die Grenzfrequenz experimentell bestimmen wollen. Die verschiedenen Ergebnisse lauteten:

$$\boxed{f_{g,theo} = (3.4 \pm 0.4)\text{kHz}}$$
$$\boxed{f_{g,plot} = (3.5 \pm 0.5)\text{kHz}}$$
$$\boxed{f_{g,graphisch,HP} = (3.08 \pm 0.20)\text{kHz}}$$
$$\boxed{f_{g,grapghisch,TP} = (3.00 \pm 0.22)\text{kHz}}$$

Die Abweichungen zu dem theoretischen Wert lauten wie folgt:

$$\boxed{\sigma_{plot} = 0.16}$$
$$\boxed{\sigma_{graphisch,HP} = 0.7}$$
$$\boxed{\sigma_{graphisch,TP} = 0.9}$$

Auch hier sind die Messungen nicht Wirklich signifikant von dem theoretischen Wert verschieden. Auffällig ist jedoch, dass beide graphischen Auswertungen um den ungefähr gleichen Wert vom theoretischen Wert abweichen. Es wäre also denkbar, dass wir beim Ablesen der Grenzfrequenzen einen systematischen Fehler begangen haben, zum Beispiel nicht richtig den $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ermittelt. Andererseits könnte es aufgrund der geringen σ-Abweichung auch einfach ebenfalls statistischer Ursache gewesen sein.
Anschließend haben wir uns mit einem RLC-Schwingkreis beschäftigt. Unser Ziel war es zuerst, die unbekannte Induktivität der Spule zu bestimmen. Über drei verschiedene Wege haben wir folgende Ergebnisse erhalten:

$$\boxed{L_1 = (0.039 \pm 0.003)\text{H}}$$
$$\boxed{L_2 = (0.028 \pm 0.008)\text{H}}$$
$$\boxed{L_3 = (0.039 \pm 0.007)\text{H}}$$

Die Abweichungen sind somit:

$$\boxed{\sigma_{1,2} = 1.3}$$
$$\boxed{\sigma_{1,3} = 0}$$
$$\boxed{\sigma_{2,3} = 1.1}$$

Die Werte liegen alle wieder sehr nah beieinander. Jedoch ist es ziemlich auffällig, dass der erste und dritte Wert am exaktesten übereinstimmen. Vermutlich haben wir also beim berechnen des zweiten Werts einen Fehler gemacht. Der zweite Wert ist in Aufgabe 5 beim Mitteln von 3 Vorergebnissen entstanden. Wenn wir uns diese anschauen, dann fällt auf, dass zwar der Wert nach der erste wieder nah an unseren unseren Ergebnissen liegt, die beiden, welche mit Formel (58) und Formel (59) berechnet wurden, jedoch zu niedrig sind. Möglicherweise ist also ein Fehler beim Ablesen der $\omega_{C/L}$ entstanden, welche zu diesen Differenzen geführt hat.
Wir haben nun auch den Verlustwiderstand bei verschiedenen Gesamtwiderständen berechnet. Diese lauteten:

$$\boxed{R_{1,1000} = (210 \pm 130)\Omega}$$
$$\boxed{R_{1,220} = (140 \pm 40)\Omega}$$
$$\boxed{R_{1,47} = (99 \pm 14)\Omega}$$
$$\boxed{R_{2,1000} = (50 \pm 74)\Omega}$$
$$\boxed{R_{2,220} = (80 \pm 22)\Omega}$$
$$\boxed{R_{2,47} = (89 \pm 11)\Omega}$$
$$\boxed{R_{3,47} = (141 \pm 15)\Omega}$$

Die Abweichungen sind:

$$\boxed{\sigma_{1000} = 1.1}$$
$$\boxed{\sigma_{220} = 1.3}$$
$$\boxed{\sigma_{47,1/2} = 0.56}$$
$$\boxed{\sigma_{47,1/3} = 2.04}$$
$$\boxed{\sigma_{47,2/3} = 2.8}$$

Theoretisch sind diese Abweichungen ebenfalls < 3, jedoch denke ich nicht, dass man hier die Abweichung auf Statistik schieben kann. Die Fehler der Größen sind extrem groß (teilweise größer als der Wert selbst), und trotzdem kommt es zu solchen Abweichungen. Ein großer Teil wird sicherlich davon ausgemacht, dass wir die Annahme trafen, dass der komplette Verlust im inneren der Spule stattfindet. Auch nicht auszu-

schließen sind Fehler beim Auslesen der Frequenzen oder der Spannungen. Es ist also nicht davon auszugehen, dass wir den Verlustwiderstand akkurat bestimmen konnten.
In Aufgabe 7 haben wir die Resonanzfrequenz einer Bandsperre experimentell bestimmt und wollen diese mit der Theorie vergleichen. Die Werte lauteten:

$$\boxed{f_{theo} = (3.7 \pm 0.4)\text{kHz}}$$
$$\boxed{f_{exp} = (3.68 \pm 0.05)\text{kHz}}$$

Die Abweichung ist:

$$\boxed{\sigma = 0.05}$$

Unsere experimentellen Beobachtungen stimmen also sehr genau mit der theoretischen Frequenz überein und hat dazu noch den wesentlich kleineren Fehler. Es ist also anzunehmen, dass diese Frequenz tatsächlich die Richtige ist und die kleine Abweichung auch wieder statistischer Ursache ist.
In Aufgabe 8 haben wir dann die Auswirkung der einzelnen Filter auf ein Signal, bestehend aus kleiner, mittlerer und hoher Frequenz, angeschaut und haben uns vergewissert, dass sie wie gewollt arbeiten.

Insgesamt lässt sich also sagen, dass der Versuch bis auf die Bestimmung des Verlustwiderstands ein Erfolg war. Die meisten Abweichungen waren sehr klein und haben so für eine korrekte Versuchsdurchführung gesprochen. Bei Größen, die drei Mal bestimmt wurden, war auch häufig eine Tendenz zu sehen, in welche Richtung die Werte abweichen und welcher der genauere ist. Bei einer erneuten Versuchsdurchführung halte ich mehrere Messreihen für Sinnvoll, um so zum Beispiel das schwanken des Oszilloskops bzw. allgemein der elektrischen Signale auszugleichen. Auch ist es bestimmt hilfreich, sich mehr Zeit zu lassen, und nicht alles an einem Tag durcharbeiten zu wollen, da so weniger potentielle Fehler entstehen, die wir bei der Durchführung nicht bemerkt haben (sofern sie denn existiert haben). Genauere Angaben für Kondensator und Widerstand wäre ebenfalls vorteilhaft, da ein 10% Fehler doch in den restlichen, daraus resultierenden Fehlern bemerkbar macht. Allerdings ist mir auch klar, dass das oftmals nicht wirklich realisierbar ist.

5 Anhang

Versuch_241_RLC

February 16, 2025

[2]:
```
import numpy as np
import math
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
```

Auswertungsaufgabe 1:

[3]:
```
#Messwerte Aufgabe 1
R_1 = np.array([1,10,1])*1e3 #Wiederstand in Ohm
RDelta_1 = R_1 * 0.05 #Fehler aus Aufgabe
C_1 = np.array([470, 4.7, 47])*1e-9 #Kapazität in F
CDelta_1 = C_1 * 0.1 #Fehler aus Aufgabe
T12_1 = np.array([330,33,34])*1e-6 #Halbwertszeit in s
T12Delta_1 = np.array([30,5,5])*1e-6 #Fehler aus Messprotokoll
```

[4]:
```
tautheo_1 = R_1 * C_1
tautheoDelta_1 = np.sqrt((RDelta_1 * C_1)**2 + (R_1 * CDelta_1)**2)
tauexp_1 = T12_1/np.log(2)
tauexpDelta_1 = T12Delta_1/np.log(2)
print(tautheo_1)
print(tautheoDelta_1)
print(tauexp_1)
print(tauexpDelta_1)
```

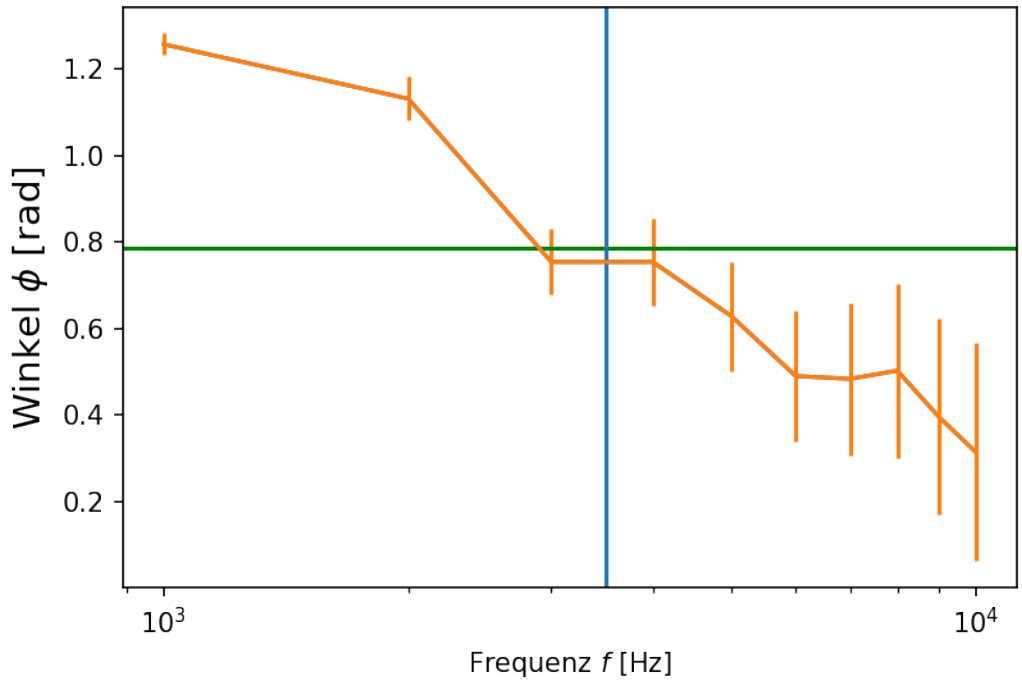
```
[4.7e-04 4.7e-05 4.7e-05]
[5.25475975e-05 5.25475975e-06 5.25475975e-06]
[4.76089363e-04 4.76089363e-05 4.90516314e-05]
[4.32808512e-05 7.21347520e-06 7.21347520e-06]
```

Auswertungsaufgabe 3:

[5]:
```
#Messwerte Aufgabe 3
f_3 = np.arange(1,11)*1e3 #Frequenz in Hz
timedifference_3 = np.array([200,90,40,30,20,13,11,10,7,5])*1e-6
timedifferenceDelta_3 = np.full_like(timedifference_3, 4)*1e-6
phi_3 = 2*np.pi*timedifference_3*f_3
phiDelta_3 = 2*np.pi*f_3*timedifferenceDelta_3
R_3 = 1e3
RDelta_3 = R_3 * 0.05
```

```
C_3 = 47e-9
CDelta_3 = C_3 *0.1
```

[6]:
```
plt.figure(dpi=150)
plt.plot(f_3, phi_3)
plt.errorbar(f_3, phi_3, phiDelta_3) #Fehlerbalken
plt.xlabel('Frequenz $f$ [Hz]')
plt.axhline(y=np.pi/4,color = 'green')
plt.axvline(x = 3.5e3)
plt.ylabel('Winkel $\phi$ [rad]', fontsize=14)
plt.xscale('log')
plt.savefig("RLC/Plot3.png")
```



[7]:
```
fgtheo_3 = 1/(2*np.pi*R_3*C_3)
fgtheoDelta_3 = fgtheo_3*np.sqrt((RDelta_3/R_3)**2 + (CDelta_3/C_3)**2)
fgtheo_3, fgtheoDelta_3
```

[7]:
```
(3386.2753849339438, 378.5970975623283)
```

Auswertungsaufgabe 4

[8]:
```
#Messungen
C_4 = 47e-9
CDelta_4 = C_4 * 0.1
```

```
R_4 = np.array([1000,220,47])
RDelta_4 = R_4 * 0.05
fR_4 = np.array([3.8,3.7,3.7])*1e3
fRDelta_4 = fR_4 * 0.05
bandbreite_4 = np.array([5,1.5,0.6])*1e3
bandbreiteDelta_4 = bandbreite_4 *0.05
U_Aeff_4 = np.array([0.59,0.44,0.2])
U_AeffDelta_4 = U_Aeff_4 * 0.05
U_Eeff_4 = np.array([0.62,0.6,0.58])
U_EeffDelta_4 = U_Eeff_4 * 0.05
```

[9]:
```
L_4 = 1/(4*np.pi**2 * fR_4 **2 * C_4)
LDelta_4 = L_4*np.sqrt((2*fRDelta_4/fR_4)**2+(CDelta_4/C_4)**2)
print(L_4)
print(LDelta_4)
```

```
[0.03732289 0.0393676  0.0393676 ]
[0.00527825 0.00556742 0.00556742]
```

[10]:
```
def gewMittel(value,error):
    p = 1.0 / error**2
    return [sum(value * p) / sum(p), 1.0 / np.sqrt(sum(p))]
L_gew = gewMittel(L_4,LDelta_4)
L_gew
```

[10]:
```
[0.03863672959633605, 0.003155690231752223]
```

[11]:
```
RRV1_4 = 2 * np.pi * bandbreite_4 * L_gew[0]
RRV1Delta_4 = RRV1_4 * np.sqrt((bandbreiteDelta_4/bandbreite_4)**2+(L_gew[1]/
↪L_gew[0])**2)
print(RRV1_4)
print(RRV1Delta_4)
```

```
[1213.80865859  364.14259758  145.65703903]
[116.2405118   34.87215354  13.94886142]
```

[12]:
```
RV1_4 = RRV1_4 - R_4
RV1Delta_4 = np.sqrt((RRV1Delta_4)**2+(RDelta_4)**2)
print(RV1_4)
print(RV1Delta_4)
```

```
[213.80865859 144.14259758  98.65703903]
[126.53796499  36.56592803  14.14543159]
```

[13]:
```
RRV2_4 = R_4 * ((U_Eeff_4 / U_Aeff_4)-1)
```

```
RRV2Delta_4 = np.sqrt((RDelta_4 * ((U_Eeff_4 / U_Aeff_4)-1))**2 + ((R_4/
↪U_Aeff_4) * U_EeffDelta_4)**2 + (R_4*U_Eeff_4 *U_AeffDelta_4/
↪(U_Aeff_4**2))**2)
print(RRV2_4)
print(RRV2Delta_4)
```

```
[50.84745763 80.         89.3       ]
[74.34961705 21.58703314 10.62189602]
```

Auswertungsaufgabe 5

[14]:
```
f_6 = np.array([3.7,3.5,3.85])*1e3
fDelta_6 = np.full_like(f_6,0.05)*1e3
C_6 = 47e-9
CDelta_6 = C_6 * 0.1
R_6 = 220
RDelta_6 = R_6 * 0.05
```

[15]:
```
omega_6 = 2 * np.pi * f_6
L_6 = np.array([1/(omega_6[0]**2 * C_6), R_6/np.sqrt(2*(omega_6[0]**2 -␣
↪omega_6[1]**2)),R_6/np.sqrt(2*(omega_6[2]**2 - omega_6[0]**2))])
print(L_6)
print(np.mean(L_6), np.std(L_6))
```

```
[0.0393676  0.02063225 0.0232653 ]
0.027755051110798495 0.008281374290025468
```

Auswertungsaufgabe 6

[16]:
```
U_5 = np.array([3.5,1.88,0.94,0.41,0.13])
UDelta_5 = np.full_like(U_5, 0.03)
T_5 = 0.27e-3
TDelta_5 = 0.02e-3
C_5 = 47e-9
CDelta_5 = C_5 * 0.1
R_5 = 47
RDelta_5 = R_5 * 0.05
```

[17]:
```
L_5 = T_5**2/(4*np.pi**2 * C_5)
LDelta_5 = L_5 * np.sqrt((2*TDelta_5/T_5)**2 + (CDelta_5/C_5)**2)
print(L_5)
print(LDelta_5)
```

```
0.03928890578471502
0.007022486512708541
```

[18]:
```
lambda_5 = np.log(U_5[:-1] / U_5[1:])
lambdaDelta_5 = np.sqrt((UDelta_5[:-1]/U_5[:-1])**2 + (UDelta_5[1:]/U_5[1:])**2)
print(lambda_5)
```

```
print(lambdaDelta_5)
midlambda_5 = gewMittel(lambda_5,lambdaDelta_5)
print(midlambda_5)
```

```
[0.62149119 0.69314718 0.82972272 1.14862271]
[0.01811379 0.03568194 0.07982804 0.24209171]
[0.6459350751721402, 0.01579723329959212]
```

[19]:
```
damp_5 = midlambda_5[0]/T_5
dampDelta_5 = damp_5 * np.sqrt((midlambda_5[1]/midlambda_5[0])**2 + (TDelta_5/
 ↪T_5)**2)
print(damp_5,dampDelta_5)
```

```
2392.352130267186 186.62007303556237
```

[20]:
```
RRV3_5 = 2* damp_5 * L_5
RRV3Delta_5 = RRV3_5*np.sqrt((midlambda_5[1]/midlambda_5[0])**2 + (TDelta_5/
 ↪T_5)**2)
print(RRV3_5)
print(RRV3Delta_5)
```

```
187.9857948998595
14.664196934061694
```

[21]:
```
RV3_5 = RRV3_5 - R_5
RV3Delta_5 = np.sqrt((RRV3Delta_5)**2+(RDelta_5)**2)
print(RV3_5)
print(RV3Delta_5)
```

```
140.9857948998595
14.851302021066854
```

Auswertungsaufgabe 7

[22]:
```
C_7 = 47e-9
CDelta_7 = C_7 * 0.1
R_7 = 1e3
RDelta_7 = R_7 * 0.05
L_7 = L_5
LDelta_7 = LDelta_5
```

[23]:
```
f_theo_7 = 1/(2*np.pi*np.sqrt(L_7*C_7))
f_theoDelta_7 = f_theo_7 * np.sqrt((LDelta_7/(2*L_7))**2 + (CDelta_7/
 ↪(2*C_7))**2)
(f_theo_7, f_theoDelta_7)
```

[23]: (3703.7037037037035, 379.2811128312344)